ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΑ ΘΕΜΑΤΑ 2020
Β' ΦΑΣΗ

E_3.ΜΕΛ3Γ(ε)

ΤΑΞΗ: 3^η ΤΑΞΗ ΕΠΑ.Λ.
ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ / ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ

Ημερομηνία: Σάββατο 16 Μαΐου 2020
Διάρκεια Εξέτασης: 3 ώρες

ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

A1. Αν οι συναρτήσεις $f(x)$ και $g(x)$ είναι παραγωγίσιμες σε ένα σύνολο A , τότε να αποδειχτεί ότι $(f(x) + g(x))' = f'(x) + g'(x)$

Μονάδες 7

A2. Τι ονομάζεται δείγμα ενός πληθυσμού και πότε ένα δείγμα στην πράξη ονομάζεται αντιπροσωπευτικό ;

Μονάδες 4

A3. **α)** Τι ονομάζεται σχετική συχνότητα της τιμής μιας μεταβλητής x ;
β) Ποιες ιδιότητες ισχύουν για τη σχετική συχνότητα;

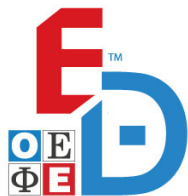
Μονάδες 4

A4. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή ή τη λέξη Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Πόσες φορές βγήκε με 'Μετακίνηση 6' στις 45 ημέρες καραντίνας ο Γιώργος είναι ποσοτική συνεχής μεταβλητή.

β) Μια συνάρτηση $f(x)$ με πεδίο ορισμού A λέγεται συνεχής, αν για κάθε

$$x_0 \in A \text{ ισχύει } \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0).$$

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΑ ΘΕΜΑΤΑ 2020
Β' ΦΑΣΗ

E_3.ΜΕΛ3Γ(ε)

- γ) Η αθροιστική συχνότητα N_i μιας τιμής x_i εκφράζει το πλήθος των παρατηρήσεων που είναι μεγαλύτερες ή ίσες από την τιμή x_i , $i=1,2,\dots,k$
- δ) Ο συντελεστής διεύθυνσης της εφαπτομένης της καμπύλης που είναι η γραφική παράσταση μιας συνάρτησης $f(x)$ στο σημείο $A(x_0, f(x_0))$ θα είναι $f'(x_0)$.
- ε) Αν για μια συνάρτηση $f(x)$ ισχύουν, $f'(x_0) = 0$ για $x_0 \in (\alpha, \beta)$, $f'(x) < 0$ στο (α, x_0) και $f'(x) > 0$ στο (x_0, β) τότε η $f(x)$ παρουσιάζει στο διάστημα (α, β) για $x=x_0$ μέγιστο.

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ Β

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \kappa^2 x^3 - 9\kappa x^2 + 15x + 3$ η οποία παρουσιάζει τοπικό ακρότατο στη θέση $x = \frac{1}{3}$.

- B1.** Να υπολογίσετε τις τιμές του πραγματικού αριθμού κ .

Μονάδες 5

Αν $\kappa=3$

- B2.** Να εξετάσετε την $f(x)$ ως προς την μονοτονία και να βρείτε το είδος και τις τιμές των τοπικών ακροτάτων.

Μονάδες 6

- B3.** Να βρεθεί η εφαπτομένη της γραφικής παράστασης της $f(x)$ στο σημείο $A(0, f(0))$ και να βρεθούν τα σημεία στα οποία αυτή τέμνει τους άξονες x' και y' .

Μονάδες 7

- B4.** Να υπολογιστεί το όριο: $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f''(x) - 18f(0)}{\sqrt{x+2} - 2}$

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ Γ

Στον παρακάτω πίνακα δίνεται ο αριθμός των λογαριασμών που διατηρούν σε κοινωνικά δίκτυα v σε πλήθος μαθητές ενός τμήματος ΕΠΑΛ της νησιωτικής Ελλάδας.

| Αριθμός λογαριασμών σε κοινωνικά δίκτυα x_i | Αριθμός μαθητών v_i | Αθροιστική συχνότητα N_i | Σχετική συχνότητα $f_i\%$ |
|---|-----------------------|----------------------------|---------------------------|
| 0 | α | | |
| 1 | | β | |
| 2 | | | γ |
| 3 | | δ | |
| 4 | | | ε |
| 5 | | | |

Γ1. Αν γνωρίζετε ότι η συνάρτηση $f(x) = \begin{cases} \frac{x^3-x^2+x-1}{x^2-1}, x \neq 1 \\ v^2 - 40v + 401, x = 1 \end{cases}$ είναι συνεχής για κάθε $x \in \mathbb{R}$, να δείξετε ότι το πλήθος των μαθητών της έρευνας μας είναι $v=20$.

Μονάδες 5

Γ2. I. Να δείξετε ότι $\alpha=2$, αν γνωρίζετε ότι: $\alpha = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2-9}{3x-9}$

Μονάδες 2

II. Να δείξετε ότι $\beta=12$, αν γνωρίζετε ότι: $\beta = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3-8}{x-2}$

Μονάδες 2

III. Να δείξετε ότι $\gamma=10$, αν γνωρίζετε ότι: $\gamma = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-10\eta\mu^2x}{\sigma\upsilon\nu^2x-1}$

Μονάδες 2

Γ3. I. Να δείξετε ότι $\delta=15$, αν γνωρίζετε ότι: $\delta = \lim_{x \rightarrow 0} 15 \frac{\varepsilon \varphi x}{\eta \mu x}$

Μονάδες 3

II. Να δείξετε ότι $\varepsilon=5$, αν γνωρίζετε ότι: $\varepsilon = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2 - 3x - 2}{x - 2}$

Μονάδες 3

Γ4. Να συμπληρώσετε τον πίνακα:

| Αριθμός λογαριασμών σε κοινωνικά δίκτυα x_i | Αριθμός μαθητών v_i | Αθροιστική συχνότητα N_i | Σχετική συχνότητα $f_i\%$ |
|---|-----------------------|----------------------------|---------------------------|
| 0 | $\alpha=v_1=2$ | N_1 | f_1 |
| 1 | v_2 | $\beta=N_2=12$ | f_2 |
| 2 | v_3 | N_3 | $\gamma=f_3=10$ |
| 3 | v_4 | $\delta=N_4=15$ | f_4 |
| 4 | v_5 | N_5 | $\varepsilon=f_5=5$ |
| 5 | v_6 | $v=20$ | f_6 |
| Σύνολο | $v=20$ | | |

Μονάδες 8

ΘΕΜΑ Δ

Μια σκάλα AB με μήκος 3m είναι στερεωμένη όπως φαίνεται στο σχήμα που ακολουθεί. Το πάνω άκρο γλιστρά με ταχύτητα $\sqrt{5}m/s$. Τη χρονική στιγμή $t = t_0$ το A απέχει 2m, από το σημείο O.

Δ1. Να εκφράσετε το y ως συνάρτηση του x.

Μονάδες 4

Δ2. Να βρείτε το y τη χρονική στιγμή t_0 .

Μονάδες 4

Δ3. Να βρείτε την ταχύτητα με την οποία απομακρύνεται το Α τη χρονική στιγμή t_0 .

Μονάδες 5

Δ4. I. Να εκφράσετε το εμβαδόν Ε ως συνάρτηση του x.

Μονάδες 4

II. Να μελετήσετε την $E(x)$ ως προς την μονοτονία και τα ακρότατα.

Μονάδες 5

III. Να συγκρίνετε τους αριθμούς $E\left(\eta\mu\frac{\pi}{18}\right)$ και $E\left(\eta\mu\frac{\pi}{5}\right)$

Μονάδες 3

